



Ministerio de Cultura y Educación  
 Universidad Nacional de San Luis  
 Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas y Naturales  
 Departamento: Matemáticas  
 Área: Matemáticas

(Programa del año 2007)  
 (Programa en trámite de aprobación)  
 (Presentado el 26/03/2007 11:07:52)

### I - Oferta Académica

Materia	Carrera	Plan	Año	Período
CALCULO AVANZADO	LIC.CS.MAT.	012/05	3	1c

### II - Equipo Docente

Docente	Función	Cargo	Dedicación
AURIOL, NELIDA IRIS	Prof. Responsable	P.ADJ EXC	40 Hs

### III - Características del Curso

Credito Horario Semanal				
Teórico/Práctico	Teóricas	Prácticas de Aula	Práct. de lab/ camp/ Resid/ PIP, etc.	Total
10 Hs	Hs	Hs	Hs	10 Hs

Tipificación	Periodo
C - Teoría con prácticas de aula	1 Cuatrimestre

Duración			
Desde	Hasta	Cantidad de Semanas	Cantidad de Horas
12/03/2007	15/06/2007	14	140

### IV - Fundamentación

Después de los cursos de Cálculo [Diferencial e integral] que los estudiantes de matemática comparten con estudiantes de otras carreras, un grupo de materias intermedias conforma el paso preparatorio para ingresar en el tratamiento riguroso y abstracto de la Matemática. La continuidad del Cálculo se da en dos direcciones: Análisis y Geometría. Los cursos de Fundamentación y de Análisis van en la primera dirección, abriendo el camino hacia Funciones Reales. Cálculo Avanzado prepara para Geometría Diferencial.

### V - Objetivos

El objetivo del curso es introducir al estudio de las variedades diferenciales desde aquellas sumergidas en el Espacio Euclídeo.

### VI - Contenidos

#### 1.- FUNCIONES EN EL ESPACIO EUCLIDEO

- 1.1. Normas y producto interno. Desigualdades de Cauchy Schwarz y triangular. Normas 1, 2 e  $\infty$  en  $R^n$ . Transformaciones que conservan norma y producto interno.
- 1.2. Topología en el Espacio Euclídeo. Conjuntos abiertos y cerrados. Interior y frontera. Conjuntos compactos. Teorema de Heine Borel y de Tjonov.
- 1.3. Funciones y continuidad. Límites de funciones vectoriales. Caracterización de la continuidad a través de conjuntos abiertos. Imágenes continuas de compactos. Oscilación en un punto y continuidad.

#### 2.- DIFERENCIACION

- 2.1. Definiciones Básicas. Funciones vectoriales diferenciables. Unicidad de la diferencial.
- 2.2. Teoremas Básicos. Regla de la cadena. Consecuencias.

2.3. Derivadas Parciales. Derivación direccional y derivadas parciales. Derivadas de orden superior. Igualdad de derivadas cruzadas. Extremos relativos.

2.4. Derivadas. Derivada de una función vectorial (Matriz de la Diferencial). Diferenciabilidad de las funciones continuamente derivables.

2.5. Funciones inversas. Los teoremas de la función inversa y de la función implícita.

### 3.- INTEGRACIÓN

3.1. Definiciones Básicas. Particiones. Sumas superiores e inferiores. Integrabilidad.

3.2. Medida cero y Contenido cero. Los conjuntos compactos de medida cero tienen contenido cero. Las funciones integrables (Riemann) son aquellas cuyo conjunto de discontinuidades tiene medida (de Lebesgue) cero. Conjuntos medibles Jordan

3.3 Teorema de Fubini.

3.4. Particiones de la Unidad. Particiones subordinadas a un cubrimiento. Integrales "impropias".

3.5. Cambios de variables.

### 4.- INTEGRACIÓN SOBRE CADENAS

4.1. Preliminares algebraicos. Formas multilineales (tensores). Producto tensorial. Dualidad. Bases para el espacio de los  $k$ -tensores. La adjunta de una transformación lineal. Tensores alternantes. Producto exterior. Una base para el espacio de los tensores alternantes. Determinantes. Orientación. El elemento de volumen determinado por un producto interno y una orientación.

4.2. Campos y formas. El espacio tangente en un punto del espacio Euclídeo. Campos de vectores. Formas diferenciales. La aplicación asociada a una función diferenciable. El operador diferencial de formas. Formas exactas son cerradas. Teorema de Poincarè para conjuntos estrellados.

4.3. Preliminares geométricos. Cadenas. El operador (borde).

4.4. El teorema fundamental del Cálculo. Teorema de Stokes.

### 5.- INTEGRACION SOBRE VARIEDADES

5.1. Variedades. Ejemplos. Sistemas de coordenadas. Variedades con borde.

5.2. Campos y formas sobre variedades. El espacio tangente a una variedad. Campos vectoriales y  $p$ -formas sobre el espacio tangente. Diferenciación de formas. Orientación.

5.3. Teorema de Stokes sobre variedades.

## VII - Plan de Trabajos Prácticos

Resolución de muchos ejercicios del libro Cálculo en Variedades, de Michael Spivak

## VIII - Regimen de Aprobación

Se obtiene la regularidad aprobando dos evaluaciones parciales, cada una de ellas recuperable una vez. Hay examen final. El alumno libre deberá, antes de acceder a un examen oral, aprobar un escrito en el que demuestre habilidades para resolver ejercicios equivalentes a las que se exigieron para regularizar.

## IX - Bibliografía Básica

[1] Michael Spivak, Cálculo en Variedades, 1970

## X - Bibliografía Complementaria

[1] Wendell H. Fleming, Funciones de Varias Variables, 1981

[2] Tom M. Apóstol, Análisis Matemático, II ed., 1996

[3] Walter Rudin, Principios de Análisis Matemático, II ed. 1964

[4] Dieudonné, Foundations of Modern Analysis, 1960

## XI - Resumen de Objetivos

Después de los cursos de Cálculo [Diferencial e integral] que los estudiantes de matemática comparten con estudiantes de otras carreras, un grupo de materias intermedias conforman el paso preparatorio para ingresar en el tratamiento riguroso y abstracto de la Matemática. La continuidad del Cálculo se da en dos direcciones: Análisis y Geometría. Los cursos de Fundamentación y de Análisis van en la primera dirección, abriendo el camino hacia Funciones Reales. Cálculo Avanzado

prepara para Geometría Diferencial.

El objetivo del curso es introducir al estudio de las variedades diferenciales desde aquellas sumergidas en el Espacio Euclídeo.

## **XII - Resumen del Programa**

### **1.- FUNCIONES EN EL ESPACIO EUCLIDEO**

1.1. Normas y producto interno.

1.2. Topología en el Espacio Euclídeo..

1.3. Funciones y continuidad.

### **2.- DIFERENCIACION**

2.1. Definiciones Básicas.

2.2. Teoremas Básicos.

2.3. Derivadas Parciales

2.4. Derivadas

2.5. Funciones inversas.

### **3.- INTEGRACIÓN**

3.1. Definiciones Básicas.

3.2. Medida cero y Contenido cero.

3.3 Teorema de Fubini.

3.4. Particiones de la Unidad.

3.5. Cambios de variables.

### **4.- INTEGRACIÓN SOBRE CADENAS**

4.1. Preliminares algebraicos.

4.2. Campos y formas.

4.3. Preliminares geométricos.

4.4. El teorema fundamental del Cálculo.

### **5.- INTEGRACION SOBRE VARIEDADES**

5.1. Variedades.

5.2. Campos y formas sobre variedades

5.3. Teorema de Stokes sobre variedades.

## **XIII - Imprevistos**

<b>ELEVACIÓN y APROBACIÓN DE ESTE PROGRAMA</b>	
	<b>Profesor Responsable</b>
Firma:	
Aclaración:	
Fecha:	